## 基础课33 等比数列

### 课时评价·提能

#### 基础巩固练

1. 设是等比数列，且，，则（ A ）.

A. 8 B. C. 4 D.

[解析]设等比数列 的公比为，

则 解得

所以.故选.

2. [2024·海东模拟]已知等比数列的公比，则（ D ）.

A. B. C. 3 D.

[解析]因为等比数列 的公比，所以.故选.

3. 设为正项递增的等比数列的前项和，且，，则（ A ）.

A. 63 B. 64 C. 127 D. 128

[解析]设等比数列 的公比为，由,

,得，解得（舍去）或，则，.故选.

4. 已知在数列中，，，则（ C ）.

A. B. C. D.

[解析]由，得，而，

因此数列 是首项为，公比为4的等比数列，则，即，

所以.故选.

5. 已知数列的前项和（为常数），则“为等比数列”是“”的（ C ）.

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

[解析]因为数列 的前 项和（为常数），

所以当 时，，

当 时，.

若数列 为等比数列，则，解得；

当 时，，满足，此时数列 是以6为首项，3为公比的等比数列.

故“为等比数列”是“”的充要条件.故选.

6. 在各项均为正数的等比数列中，若，则的最大值是（ C ）.

A. 25 B. 5 C. D.

[解析]由等比数列的性质，可得，

又因为，所以，所以，

当且仅当 时取等号.故选.

7. 已知数列满足，，则（ A ）.

A. B. C. D.

[解析]因为，所以,

设,可得,

所以，即,

所以，

又,

所以数列 是首项为1，公比为3的等比数列，

所以，所以.故选.

8. 若数列和满足，，，，则（ B ）.

A. B. C. D.

[解析]因为，，

所以，即，

又，所以数列 是以2为首项，2为公比的等比数列，

所以，又，即，

所以，

所以.故选.

#### 综合提升练

9. （多选题）设数列满足，，则（ ABD ）.

A. 为等比数列 B. 的通项公式为

C. 为递减数列 D. 的前项和

[解析]因为，所以，

整理得，且，

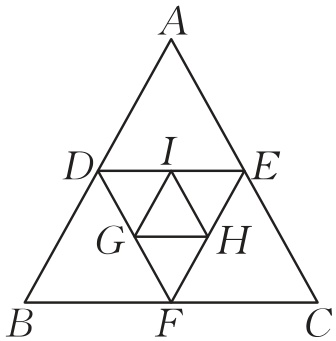
所以 是首项为，公比 的等比数列，故 正确；

由，解得，故 正确；

因为,，即，所以 不是递减数列，故 错误；

因为，所以 的前 项和，故 正确.故选.

10. （多选题）如图，等边的边长为2，先取等边各边的中点,,，作第2个等边，然后再取等边各边的中点,,，作第3个等边，依此方法一直继续下去.设等边的面积为，后继各等边三角形的面积依次为,, ,, ，则下列说法正确的是（ ACD ）.



A.

B. 是和的等比中项

C. 从等边开始，连续5个等边三角形的面积之和为

D. 如果这个作图过程一直继续下去，那么所有这些等边三角形的面积之和将趋近于

[解析]设各等边三角形的边长为数列，

由题意知，数列 是以2为首项，为公比的等比数列，所以，

根据三角形面积公式，，则数列 是以 为首项，为公比的等比数列.

令,得，正确；

由，得,，

两边取对数,得，，，则，错误；

，正确；

，当 趋向于无穷大时，趋向于0，面积和将趋近于，正确.故选.

11. 已知递增等比数列的第三项、第五项、第七项的积为512，且这三项分别减去1,3,9后成等差数列，则的公比为  .

[解析]依题意，设等比数列 的公比为，则，

因为等比数列 的第三项、第五项、第七项的积为512，

所以，所以，所以,

又数列 的第三项、第五项、第七项分别减去1,3,9后成等差数列，

则，所以，

即，即，解得 或，

因为，所以，解得.

12. （双空题）已知数列的前项和为，且满足，则数列的通项公式为  ，的最大值为  .

[解析]由 可得，

当 时，，则，则，则，又,所以,

故数列 是等比数列，则，可得.

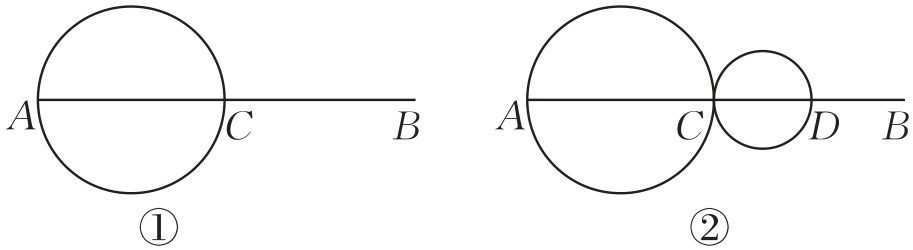
记，有，

可得，当 时，，

所以.

#### 应用情境练

13. “一尺之棰，日取其半，万世不竭”出自《庄子·天下》，其中蕴含着数列的相关知识.已知长度为4的线段，取的中点，以为直径作圆（如图①），该圆的面积为，在图①中取的中点，以为直径作圆（如图②），图②中所有圆的面积之和为，以此类推，则  .



[解析]由题意可知，各圆的面积成以 为首项，为公比的等比数列，

故，

则.

14. 公元263年，刘徽首创了用圆的内接正多边形的面积来逼近圆面积的方法，算得 的值为，我国称这种方法为割圆术，直到1200年后，西方人才找到了类似的方法，后人为纪念刘徽的贡献，将3.14称为徽率.我们作单位圆的外切和内接正边形，记外切正边形周长的一半为，内接正边形周长的一半为，通过计算容易得到（其中是正边形的一条边所对圆心角的一半）.

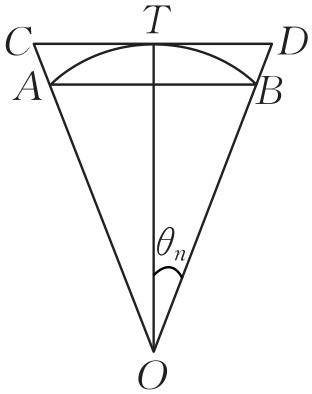
（1）求的通项公式.

（2）求证：对于任意正整数,，，成等差数列.

（3）对任意正整数,，，是否能构成等比数列?说明你的理由.

[解析]（1）如图，在等腰 中，,，则，

所以.



（2）显然，，

由已知及（1）得，，,,，

并且，因此，

所以对于任意正整数,，，成等差数列.

（3）能.因为,，

所以，，并且，

因此，，

所以对任意正整,，，能构成等比数列.

#### 创新拓展练

15. 已知数列满足,,,记，,为坐标原点，则面积的最大值为4.

[解析]因为，所以，

即，

因为，所以 是以4为首项，为公比的等比数列，

所以，由累加法得,

因为，所以，

,

令，则.

当 时，，而，所以 在 上单调递减.

，故 面积的最大值为4.

16. 在，,,成等差数列，这三个条件中选出两个，补充在下面问题的横线上，并解答问题.

数列为递增的等比数列，其前项和为，已知  .

（1）求数列的通项公式.

（2）设,为数列的前项和，证明：.

注：如果选择不同的组合分别解答，那么按第一个解答计分.

[解析]（1）选条件①②，设等比数列 的公比为，由①知，，

由,,成等差数列，得，即，解得，

所以数列 的通项公式为.

选条件①③，设等比数列 的公比为，由①知，，

由，得，解得，

所以数列 的通项公式为.

选条件②③，由,,成等差数列，得，即，

由，得，解得，

设等比数列 的公比为，由，得，即，解得 或，而数列 为递增的等比数列，则，

所以数列 的通项公式为.

（2）由（1）知，,则，

因此，

所以.